

AZ IRÁNYÍTOTT FADÖNTÉS

Hajdu Endre

1. AZ IRÁNYÍTOTT FADÖNTÉSI MÓDSZER SZÜLETÉSE

Irányított fadöntésen a következőkben *kötéllel irányított fadöntés* értendő, nem pedig a ledöntendő fa véghelyzetének szokásos, pl. hajkolással vagy ékeléssel, stb. végrehajtott befolyásolása.

A kötéllal irányított fadöntés ötlete egy beépített környezetben eszközölt fadöntés szemlélése során támadt. A fa ferde növésű volt s csak üggyel - bajjal lehetett biztosítani, hogy a dőlő fa kárt ne tegyen bizonyos megóvandó tárgyakban, villanyvezetékben, épületben.

Hogy alkalmas irányba dőljön a fa, mozgását kötéllal módosították, mert ékekkel – a hagyományosan értelmezett „irányított döntés” - sel – nem lehetett volna az erősen ferde helyzetű fatörzset megfelelő helyzetbe juttatni.

A meglehetősen primitív módon végrehajtott, bár végül eredményes művelet az alábbi gondolatsort szülte:

~ az objektumok megóvása, értékes növények védelme, a környezet kímélése vagy egyéb okok miatt szükségessé váló irányított fadöntés megtervezése jellegzetes, bár nem gyakori erdőmérnöki feladat;

~ ferdén nőtt fatörzs esetén a pontos irányítás kötél alkalmazásával történhet célszerűen, mert a hajkolással, ékekkel, rudakkal irányított, pontosabban módosított döntés bizonytalan, kiszámíthatatlan eredményre vezet legtöbbször;

~ a fatörzs térbeli helyzetén kívül az alkalmazandó kötél rögzítési pontjainak megválasztása szabja meg a fa döntés utáni helyzetét, vagyis véghelyzetét. A fatörzsnek egy előre megtervezett végállapotát biztosító kötélhelyzet meghatározása (rögzítőpontok kijelölése) matematikailag megoldható feladat;

~ az irányított fadöntés geometriája számítással és ábrázoló geometriai eszközökkel is tárgyalható;

~ a pontosan, azaz kötéllal irányított fadöntés több kuriózumnál; bizonyos esetekben hasznos eszköze lehet az erdészeti munkának, a fadöntés elméletének, oktatásának anyagául is szolgálhat.

2. FELTEVÉSEK, JELÖLÉSEK

A következő, lényegében geometriai tárgyalás előkészítéseképpen szükséges összefoglalni néhány alapvető feltevést, fogalmat, definíciót.

Feltehető, hogy:

~ a terepfelület – legalább a kidöntendő fának a fatörzs hosszával egyenlő sugarú környezetében – vízszintes síknak tekinthető;

~ a fatörzs és a korona mint geometriai alakzat forgástest, melynek tengelye a terepsíkkal $0 < \alpha < 90^\circ$ szöget zár be;

~ létezik a kidöntendő fa közelében olyan alkalmas tárgy, épületrész vagy egy másik fa, melyhez a döntéshez alkalmazandó kötel rögzíthető;

~ a fatörzs tengelyének átvágása közelítőleg a terepsík közelében történik.

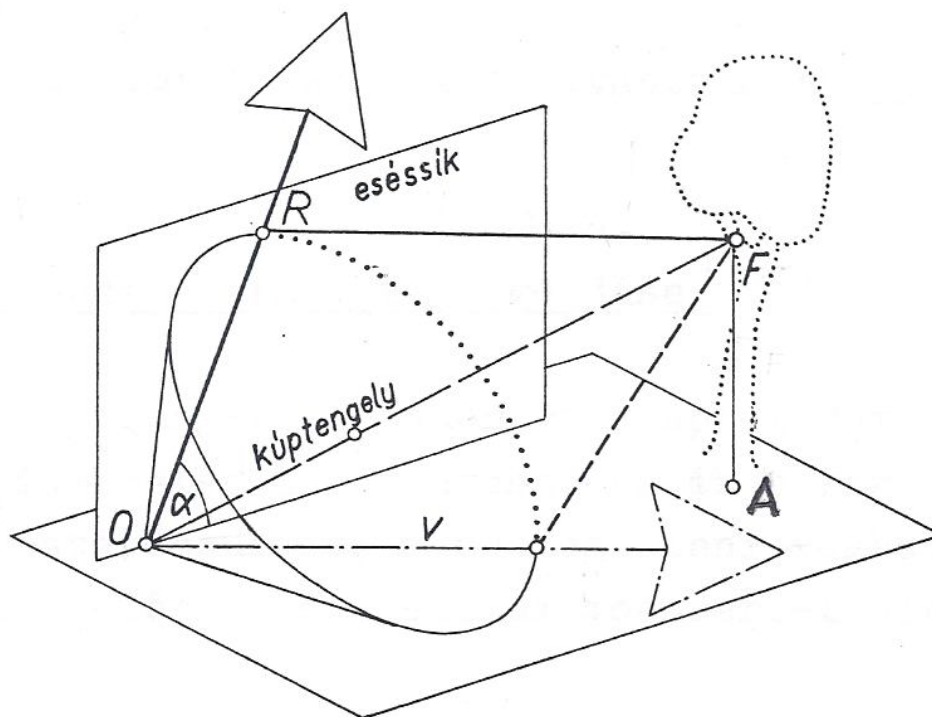
A fenti feltevések mindegyike többé - kevésbé egyszerűsíti a valóságot, közülük az első kettő további magyarázatot igényel.

A terepsík nyilván nem tekinthető közelítőleg sem mindig vízszintesnek, csupán a matematikai tárgyalás egyszerűségére törekedés indokolja ezt a feltevést, valamint az, hogy mégiscsak ez a gyakorlatilag legfontosabb eset, hiszen többnyire beépített környezetben lehet szükség az irányított fadöntés módszerének alkalmazására.

A második feltevés ugyancsak erős, de sokszor elfogadható közelítés. A nem forgástest alakú fák döntése elsősorban mechanikai szempontból kényes feladat, az ilyen esetek tárgyalására később kerül sor.

Ha egy ferde növéssű fa tövét a szokásos módon hajkoljuk és átvágjuk, a fatörzs tengelye dőlés során az *eséssíkban*, a fatörzs tengelyét tartalmazó függőleges síkban mozog. Hajkolással, ékeléssel a fatörzs mozgása nehezen és bizonytalanul módosítható, befolyásolható, különösen akkor, ha a fatörzs tengelye erősen ferde.

Lényeges mozgásmódosulást érhetünk el, ha a fatörzs egy R pontja és egy alkalmasan megválasztott fix F pont között kötelet feszítünk ki (1. ábra). Ebben az esetben a tő átvágása után mozgásnak induló fatörzset a feszesen maradó kötel (a megfeszülés feltételeiről később lesz szó) egy kúpfelületen történő mozgásra kényszeríti, amennyiben a fatörzs tőpontja nem mozdul el.



1. ábra

A kötélt által kényszerített mozgás során a fatörzs tengelye által leírt felület olyan forgáskúp (pontosabban annak egy részéről van szó), melynek csúcsa a fatörzs O tőpontja, tengelye az OF egyenes, egy alkotója a fatörzs tengelyével egybeeső OR egyenes.

A ledőlt fatörzs tengelyének véghelyzete az említett kúpfelület – a továbbiakban eséskúp – és a terepsík közös egyenesére esik. Nyilvánvaló, hogy a fentiek szerint kötéllal irányított fadöntésnél a fatörzs véghelyzete a fatörzs dőlésszögétől, az eséskúp geometriai adataitól és térbeli helyzetétől függ.

A továbbiak megértése végett értelmezni kell néhány további fogalmat és jelölést:

O – tőpont: a terepsík és a fatörzs tengelyének dőféspontja;

R – rögzítőpont: a kötélt (egyenesének) és a fatörzs tengelyének metszéspontja;

F – fogópont: a kötélnak egy fix ponthoz (egy másik fa, épületrész, stb.) történő rögzítési pontja;

v – véghelyzet: a ledöntött fatörzs tengelyét tartalmazó, O kezdőpontú félegyenes.

Az R, F végpontú kötélszakasz neve a továbbiakban: terelőkötel.

3. AZ ALAPFELADAT SZERKESZTŐ MEGOLDÁSA

A kötéllal irányított fadöntés alapfeladata: ismeretes a ledöntendő fa és a fogópont térbeli helyzete, meghatározandó a fatörzs döntés utáni helyzete, vagyis a véghelyzet.

Geometriai megoldás

Bár aligha fogja a gyakorlatban bárki is szerkesztéssel megoldani a feladatot a kényelmes és gyors számító módszer alkalmazása helyett, igazán nem érdektelen megmutatni, hogy létezik az ábrázoló geometriának egy meglepő, erdészeti alkalmazási lehetősége is.

Tekintsük ismertnek a fatörzs térbeli helyzetét, vagyis a terepsíkon lévő vetületét (a 2. ábrán vastag vonallal rajzolva), a fatörzs tengelyének $\alpha = 65^\circ$ dőlésszögét, az F fogópont A - val jelölt vetületét, végül a fogópontnak a terepsík feletti $z = 3$ m magasságát!

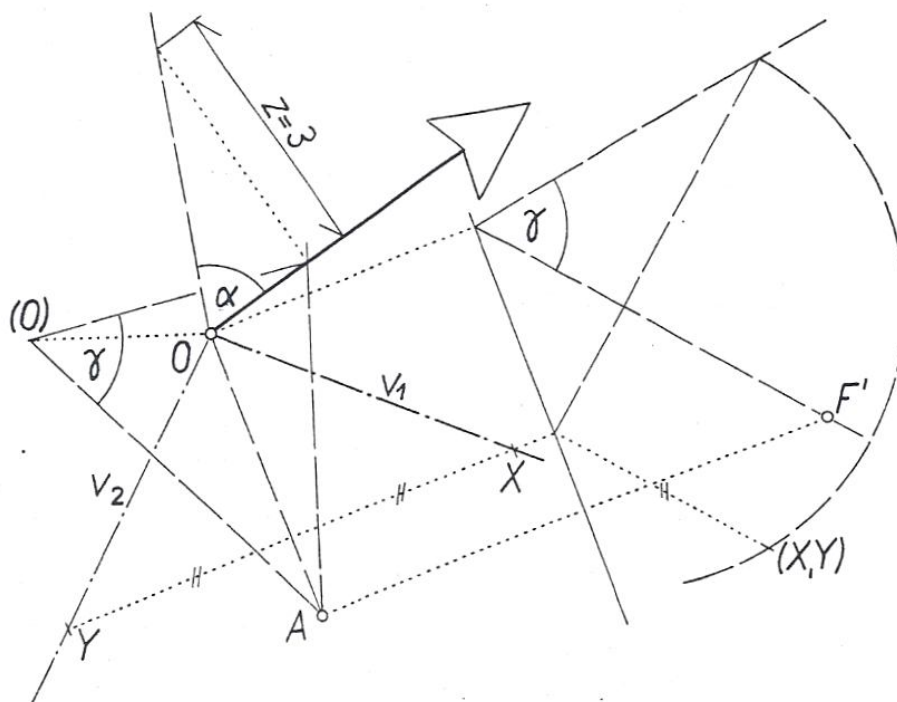
A feladat megoldásának lépései:

- meghatározzuk az eséskúp tengelye (az OF egyenes) és a fatörzs tengelye által bezárt γ szöget (az említett egyenesek síkjának a 3 m magasságú fővonala körüli elforgatásával);

- meghatározzuk az eséskúpnak a terepsíkkal közös félegyeneseit (a kúptengellyel párhuzamos képsíkot veszünk fel, és felhasználva az eséskúp már ismert γ félnyílásszögét), még egy beforgatás révén előállítjuk a véghelyzet X és Y pontját, ismertté válik a v_1 és v_2 , vagyis a két véghelyzet;

– a szerkesztés eredményeként kapott félegyenesek közül kiválasztjuk a valóságos véghelyzetet jelentő félegyeneset. Esetünkben ez a v_1 .

Az utóbbi félegyenes az eséskúp azon alkotója, melyben a fatörzsszel egybeeső forgó kúpalkotó először éri a talaj síkját.



2. ábra

A feladatnak általános esetben 2, 1, 0 számú megoldása lehet. A rögzítőpont ismeretére a szerkesztés során nem volt szükség, hallgatólagosan feltételeztük, hogy a terelőkötél feszes állapotban van, és hossza nem változik; más szóval: a fatörzs tengelyének a kúptengellyel bezárt szöge a döntés folyamata közben változatlan. A szerkesztés kiinduló adatainak méretarányos felvétele egyszerű feladat, annak részletezése feltehetőleg szükségtelen.

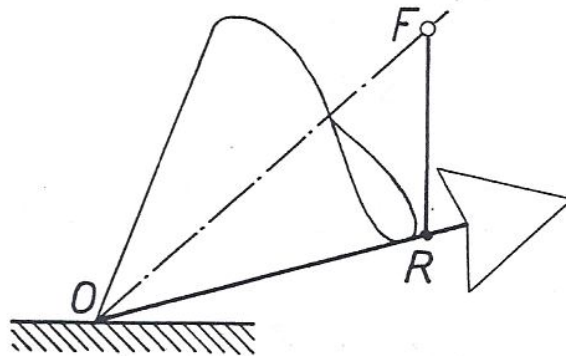
Megjegyzendő, hogy létezik a feladatnak a tárgyaltnál előnyösebb szerkesztő megoldása is.

4. AZ ESÉSKÚP TENGELYÉNEK ELSŐFAJÚ HIBÁJA

A ledöntendő fa véghelyzetét az eséskúp geometriai adatai és térbeli helyzete határozza meg. A kúp tengelye a tőpont és a fogópont összekötő egyenese, a rögzítőpont helyzete geometriai szempontból közömbös, feltéve, hogy a terelőkötél feszült állapota biztosítva van.

Az eséskúp tengelyének megválasztása azonban figyelmet érdemlő feladat, mert nem kellő körültekintés esetén előfordulhat, hogy a ledőlő fatörzs nem kerül a talajra a terelőkötél rövideége miatt. Vagyis a ledőlés eredményeképp a

fatörzs „lóg”, a törész támaszkodik a talajra, a törzs a terelőkötélen függ a 3. ábra szerint. Geometriai szempontból a lényeg: a terepsík nem metsz ki alkotót az eséskúpból.



3. ábra

Ez a – továbbiakban elsőfajú hibának nevezett – jelenség úgy áll elő, hogy a fogópont túl magasan van, vagy a terelőkötél túl rövid.

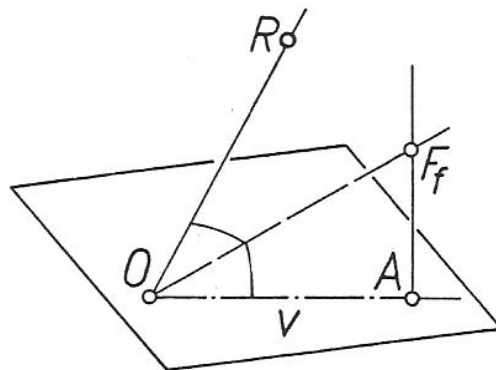
Mivel a fogópont kijelölése az elsőfajú hiba elkerülésének szempontjából, sőt az egész döntési művelet szempontjából a legfontosabb tennivaló, azt a kérdést kell először tisztázni, hogy a fogópontot milyen magasságban kell felvenni.

Rendszerint a döntendő fa közelében található másik fán, a fogófán jelöljük ki a fogópontot (ismeretes, hogy az erdővédelem is használja ezt a szakkifejezést, de egészen más értelemben. A fogó „fa” a valóságban nem feltétlen fa).

Kérdés: egy adott fogófán hol van a lehetséges legfelső F_f fogópont?

Ez az elsőfajú hiba elkerülése szempontjából lényeges kérdés.

Geometriailag a következő feladatról van szó: a terepsíkra merőleges, A kezdőpontú félegyenesen határozzunk meg egy olyan F_f pontot, hogy az O csúcsú, OF_f tengelyű és OR alkotójú forgáskúp a terepsíkot érintse (4. ábra).



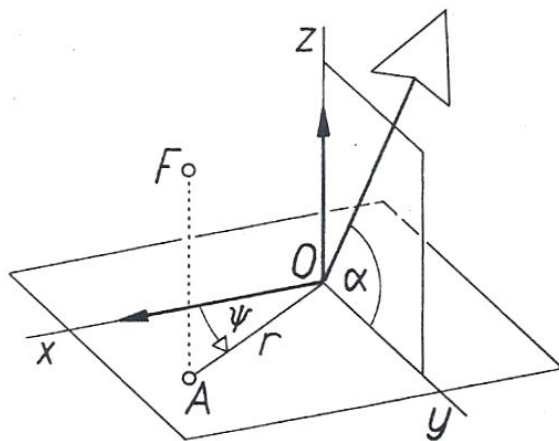
4. ábra

Az ábrán az A pont a fogófa tőpontja, pontosabban a fogópontnak a terepsíkon lévő vetülete. A feladat szerkesztő megoldása meglehetősen tájékozottságot igényelne az ábrázoló geometriában, ezért csak a számító módszer ismertetése következik az alábbiakban.

5. AZ IRÁNYÍTOTT FADÖNTÉS KOORDINÁTA - RENDSZEREI

Hogy számítással kezelhessük a fadöntéssel kapcsolatos feladatokat, a továbbiakban szükséges két, a kidöntendő fához kötendő koordináta - rendszer bevezetése.

Alap koordináta - rendszer: a kezdőpontja O, tengelyei (x, y, z); az első két tengely a terepsíkban van, az (y, z) sík a fatörzs eséssíkja, a tengelyek jobb-rendszert alkotnak, a z tengely a terep fölé mutat. Ebben a rendszerben a fatörzs tengelyét egyetlen adat, az α dőlésszög jellemzi (5. ábra).



5. ábra

Hengerkoordináta-rendszer: tengelyei azonosak az alap koordináta-rendszer tengelyeivel, a tér pontjainak megadása a (ψ , r, z) adathármassal történik. Ezek a döntési paraméterek. A ψ szöget olykor irányszögnek mondjuk. A hengerkoordináták alkalmazását az indokolja, hogy mérésük (a fogópont meghatározása során) könnyebb, mint a derékszögű koordinátáké lenne.

6. A FOGÓPONT LEGNAGYOBB MAGASSÁGÁNAK MEGHATÁROZÁSA

A címben megjelölt és az előző szakaszban megvilágított feladat számításra alkalmas módon megfogalmazva így szól: ismert a fatörzs dőlését jellemző α szög, továbbá a fogópont vetületének ψ és r hengerkoordinátája; keressük az adott vetületű fogópont lehetséges legnagyobb magasságát, pontosabban: z_f hengerkoordinátáját.

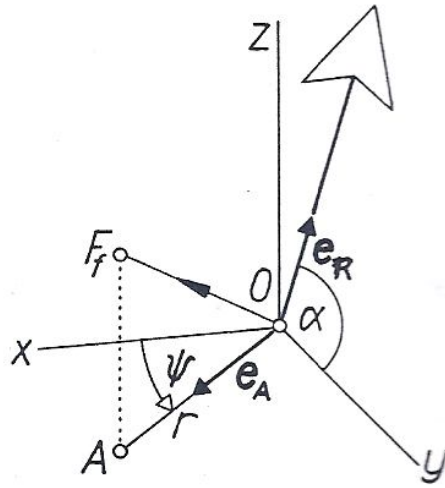
Tétel: adott α dőlésszögű fatörzs, továbbá ψ és r paraméterű fogópont esetén a fogópont lehetséges legnagyobb magassága:

$$z_f = r \frac{1 - \sin \psi \cos \alpha}{\sin \alpha} \dots\dots\dots (1)$$

Bizonyítás: ha az F_f pont az A vetületi ponthoz tartozó lehetséges fogópontok közül a legnagyobb magasságú, akkor az egyben azt is jelenti, hogy a fatörzs tengelyének véghelyzete az OA egyenes, továbbá, hogy az OF_f egyenes egyenlő szöget zár be a fatörzs tengelyével és az OA egyenessel.

Más szóval: a 6. ábra szerint értelmezett $\mathbf{e}_R$ és $\mathbf{e}_A$ egységvektoroknak az $\overrightarrow{OF_f}$ vektorral képzett skalárszorzata egyenlő. Az említett vektorok:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_A & (\cos\psi; \sin\psi; 0), \\ \mathbf{e}_R & (0; \cos\alpha; \sin\alpha), \\ \overrightarrow{OF_f} & (r \cdot \cos\psi; r \cdot \sin\psi; z_f).\end{aligned}$$



6. ábra

A skalárszorzatok:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_A \cdot \overrightarrow{OF_f} &= \cos\psi \cdot r \cdot \cos\psi + \sin\psi \cdot r \cdot \sin\psi, \\ \mathbf{e}_R \cdot \overrightarrow{OF_f} &= \cos\alpha \cdot r \cdot \sin\psi + \sin\alpha \cdot z_f.\end{aligned}$$

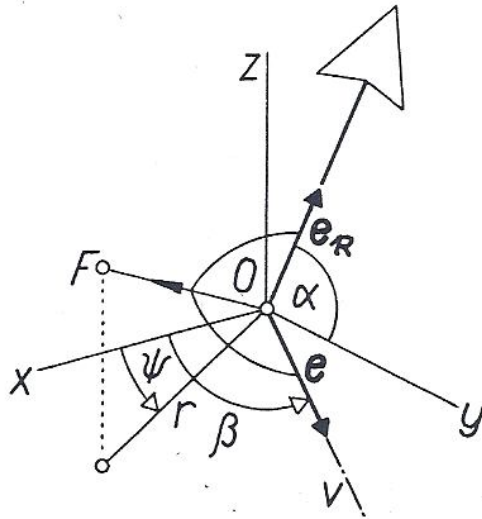
A két szorzatot egyenlővé téve és rendezve, a tétel állítását nyerjük.

A fenti tétel csupán a fogópontok maximális magasságát adja meg, nem szól arról, hogy a döntendő fa környezetének mely pontjai jöhetnek számításba adott döntési paraméterek esetén. Az utóbbi kérdésre még visszatérünk.

7. AZ ALAPFELADAT SZÁMÍTÓ MEGOLDÁSA

A következőkben számítással oldjuk meg a szerkesztéssel már elintézett alapfeladatot.

Legyen ismeretes a fatörzs tengelyének α dőlésszöge, egy alkalmas fogópont ψ , r és z_F hengerkoordinátája; határozzuk meg a ledőlt fatörzs v véghelyzetét megadó β szöget (7. ábra).



7. ábra

Tétel: ψ , r , és z_F döntési paraméterek esetén a ledöntött fatörzs véghelyzetét a

$$\beta = \psi \pm \arccos \left[\cos \alpha \cdot \sin \psi + \frac{z_F}{r} \sin \alpha \right] \dots\dots\dots (2)$$

szög adja meg,

A két előjelnek megfelelő β_1 és β_2 szögek közül azt kell választani, amely a fatörzs (eredeti helyzetének) vetületével kisebb szöget bezáró véghelyzetet eredményez.

Bizonyítás: legyenek az O pontból kiinduló és a fatörzs tengelyével, valamint a véghelyzettel egybeeső egységvektorok $\mathbf{e}_R$ és $\mathbf{e}$, az O pontból a fogópontba mutató vektor $\overrightarrow{OF}$. E vektorok koordinátái:

$$\mathbf{e}_R (0; \cos \alpha; \sin \alpha),$$

$$\mathbf{e} (\cos \beta; \sin \beta; 0),$$

$$\overrightarrow{OF} (r \cdot \cos \psi; r \cdot \sin \psi; z_F).$$

$\overrightarrow{OF}$ egyenlő szöget zár be a két egységvektorral, ezért a megfelelő skalár-szorzatok egyenlők:

$$\mathbf{e}_R \cdot \overrightarrow{OF} = \mathbf{e} \cdot \overrightarrow{OF}, \text{ azaz}$$

$$\cos \alpha \cdot r \sin \psi + \sin \alpha \cdot z_F = \cos \beta \cdot r \cos \psi + \sin \beta \cdot r \sin \psi$$

$$\cos \alpha \sin \psi + \sin \alpha \cdot \frac{z_F}{r} = \cos(\beta - \psi)$$

$$\beta - \psi = \arccos \left[\cos \alpha \sin \psi + \frac{z_F}{r} \sin \alpha \right]$$

$$\beta = \psi \pm \arccos \left[\cos \alpha \sin \psi + \frac{z_F}{r} \sin \alpha \right].$$

A megoldások száma tisztán geometriai szempontból 2, 1, 0.

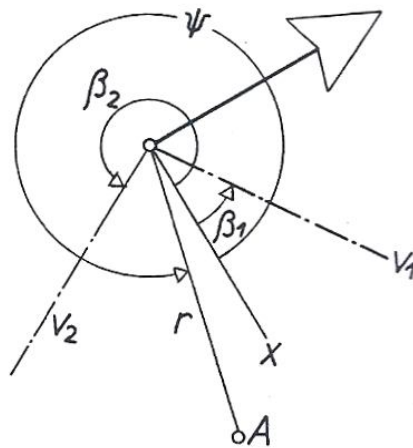
Gyakorlatilag – helyesen megtervezett döntés esetén – egy megoldás használható. Ugyanis az eséskúpból a terepsík által kimetszett két alkotó közül az jön csak számításba, amelyben a fatörzs tengelyének megfelelő forgó kúpalkotó először jut a talajra.

Alkalmazzuk a kapott eredményt az alapfeladat szerkesztő megoldásának ellenőrzésére! Még egyszer felvázoljuk a döntési helyszínrajzot (8. ábra) és megadjuk a kiinduló adatokat: $\alpha = 65^\circ$, $\psi = 346^\circ$, $r = 3,5$ m, $z_F = 3,0$ m.

A szerkesztéssel nyert véghelyzetek: $\beta_1 = 33,8^\circ$, $\beta_2 = 298,1^\circ$.

A számítás a következő értékeket adja: $\beta_1 = 33,57^\circ$, $\beta_2 = 298,42^\circ$.

A két megoldás közül a fa eredeti helyzetének vetületével kisebb szöget bezáró v_1 - et kijelölő β_1 az érvényes.



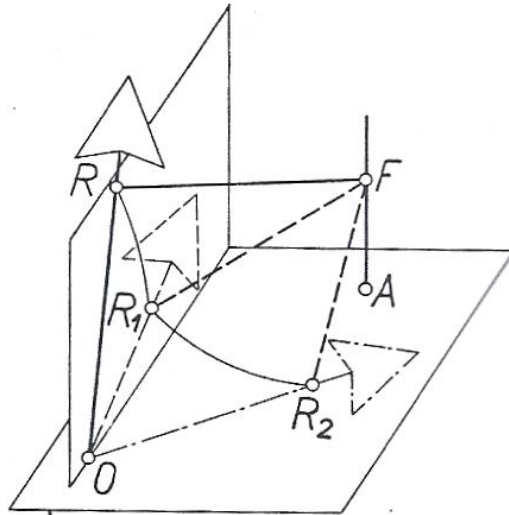
8. ábra

Két módszerrel is meg tudjuk ugyan már oldani az alapfeladatot, de lényegében csak geometriai szemszögből vizsgáltuk eddig. Pedig hát a döntés elsősorban fizikai folyamat. Nincs biztosítékunk például arra, hogy a terelőkötél a döntés folyamán feszes marad.

8. A TERELŐKÖTÉL HELYZETÉNEK MÁSODFAJÚ HIBÁJA

A 4. szakaszban ismertetett elsőfajú hibán kívül egy úgynevezett másodfajú hiba is terhelheti a terelőkötel megválasztását. Arról van szó, hogy bizonyos feltételek nem teljesülése esetén a kötel nem marad feszes állapotban, ezért a lazává váló kötel nem, vagy csak részben módosítja a fa mozgását, s ezért a fatörzs nem kerül a megtervezett helyre.

A jobb megértés céljából vizsgáljuk meg a fatörzs terelőkötelrel kényszerített mozgását (9. ábra).



9. ábra

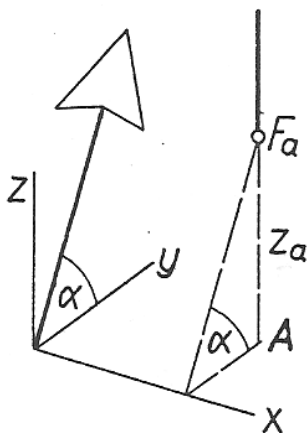
A fogópont helytelen megválasztása esetén a döntés folyamata ilyen: a fatörzs egy ideig az eséssíkban mozog, miközben a rögzítőpont R- ből R_1 - be jut egy O középpontú köríven. E mozgás során a kötel meglazul, a fatörzs mozgását nem befolyásolja. Pontosabban: RF és R_1F helyzetekben a kötel feszes, közben laza. Az OR_1 egyenes az eséssík által az eséskúpából kimetszett azon alkotó, melynél a fatörzs megkezdi a kúpfelületen történő mozgását.

A mozgás ezen második fázisában a kötel megfeszül, a rögzítőpont egy köríven mozog (a körív síkja merőleges az OF egyenesre) R_1 - ből R_2 - be, miközben a fatörzs tengelye egy O csúcsú eséskúpfelület-darabot ír le.

Nyilvánvaló, hogy az ilyen módon történő döntés az R_1F kötelhelyzetben hirtelen fellépő nagy erő miatt balesetveszélyes, tehát kerülendő. Másrészt a hajk kialakításával kapcsolatosan is problémák jelentkezhetnek, sőt a hirtelen fellépő nagy erő a fogópontnál is bajt okozhat. Az alábbiakban ezért azt a kérdést vizsgáljuk meg, hogy egy adott, függőleges helyzetű – a fogófának megfelelő – egyenesen mely pontok jöhetnek számításba a másodfajú hiba kizárásának szempontjából.

A kérdés tisztázása végett vegyük az alapkoordináta-rendszer x, y síkját első képsíknak, az y, z síkot második képsíknak, és állapítsuk meg, hogy az α dőlésszögű fatörzs R rögzítőpontja és az F fogópont közt feszülő terelőkötel

Valamely fogófán a másodfajú hibától mentes fogópontok lehetséges helyét – pozitív y koordináták esetén – a 11. ábra vastagított vonal szemlélteti.



11. ábra

Általában az az előnyös, ha a fogópont a terepsíkhöz közel van. Ez a terelőköttől rögzítése, a z_F koordináta mérése és a hajk kialakítása szempontjából egyaránt kedvező. Amint azonban fentebb láttuk, nem mindig lehetséges tetszőlegesen kis z_F koordinátával dolgozni.

9. AZ ALAPFELADAT FORDÍTOTTJA (INVERZE)

A geometriai jellegű megfontolások előkészítették az irányított fadöntés legfontosabb feladatának megoldását.

Az alapfeladat fordított – inverz – feladatáról van szó, mely így szól:

adott a kidöntendő fa és tervezett véghelyzete, továbbá egy fogófa (pontosabban a fogópont vetülete). Meghatározandó a tervezett, vagyis fatörzset a kívánt véghelyzetbe vivő döntéshez szükséges fogópont z_F koordinátája. A gyakorlatban ez a feladattípus fordul elő, amikor környezetkímélési vagy egyéb szempontok alapján annak szüksége merül föl, hogy egy fát egy jól meghatározott helyre juttassunk, miközben csak egy bizonyos, még nem ismert magasságú, de „alaprajzilag” ismert fogópont áll rendelkezésre. Például egy közelben álló fa formájában. Egyelőre csak a fogópont magasságának meghatározási módja a cél, nem vizsgáljuk, hogy terheli-e majd első vagy másodfajú hiba a választott fogópont által meghatározott döntési folyamatot.

Tétel: ha a kötéllal irányított fadöntés paraméterei α , r , ψ , akkor egy előírt β véghelyzet eléréséhez szükséges fogópont - magasság:

$$z_F = \frac{\cos(\beta - \psi) - \cos \alpha \cdot \sin \psi}{\sin \alpha} r \dots\dots\dots (4)$$

Bizonyítás: a 7. szakaszban láttuk, hogy a korábban bevezetett jelölésekkel:

$$\cos \alpha \cdot \sin \psi + \sin \alpha \cdot \frac{z_F}{r} = \cos(\beta - \psi).$$

A fenti egyenletből z_F -et kifejezve a tételhez jutunk.

A feladat szerkesztő megoldása azon a tényen alapul, hogy az eséskúp minden alkotója – tehát a fatörzs tengelye és a véghelyzet is – egyenlő szöget zár be az eséskúp tengelyével. Az OF egyenes ezért benne van az utóbb említett két egyenes szögfelező síkjában, minél fogva a keresett fogópont a szögfelező sík és a fogóegyenes közös pontja.

Nyilvánvaló, hogy a feladatnak legfeljebb egy megoldása lehet.

Példa személtesse a feladat megoldásának két módszerét!

Legyenek a döntési paraméterek a következők:

$$\alpha = 80^\circ, \quad \psi = 290^\circ, \quad r = 5 \text{ m}, \quad \beta = 220^\circ.$$

A szerkesztő megoldáshoz válasszuk képsíkul az x, y síkot (12. ábra).

A henger-koordináták ismeretében megszerkesztjük a fogópont A vetületét, majd a fatörzs döntés utáni v helyzetét.

Ezután az eséssíkot beforgatjuk a képsíkba, az α szög felmérésével kapjuk a fatörzs tengelyének beforgatottját. Ezután egyenlő távolságot mérünk fel a

fatörzstengelyre és a v véghelyzetre a következő módon: $\overline{O(X_1)} = \overline{OX_2}$.

Az X_1X_2 szakasz felezőmerőleges síkjának és a fogófa egyenesének közös pontja, vagyis az F fogópont meghatározása végett egy új nézetet szerkesztünk.

Az imént említett szakasz vetítősíkja az új képsík, melyen a fogóegyenes és a felezősík metszéspontja szolgáltatja a fogópont (F) vetületét (azaz annak képsíkba forgatottját), és az ábráról leolvasható a keresett z_F koordináta is, mely esetünkben

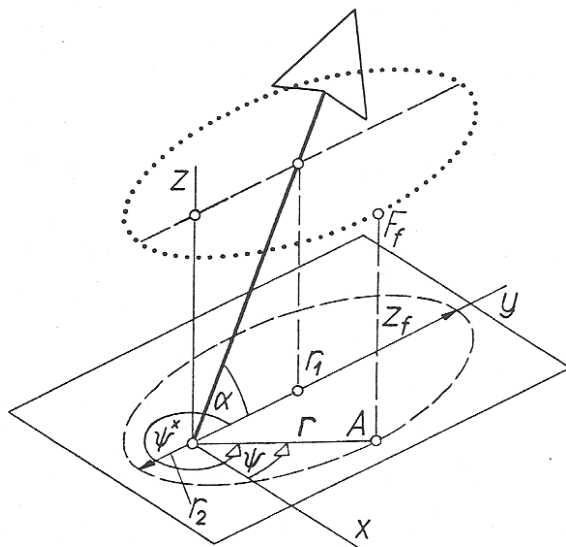
$$\underline{\underline{z_F = 2,55 \text{ m.}}}$$

(Amennyiben az r távolság felmérésekor használt méretarány $1\text{cm} \doteq 1\text{m}$ volt.)

A számítást nem részletezzük, eredménye a közölt képlet szerint:

$$\underline{\underline{z_F = 2,56 \text{ m.}}}$$

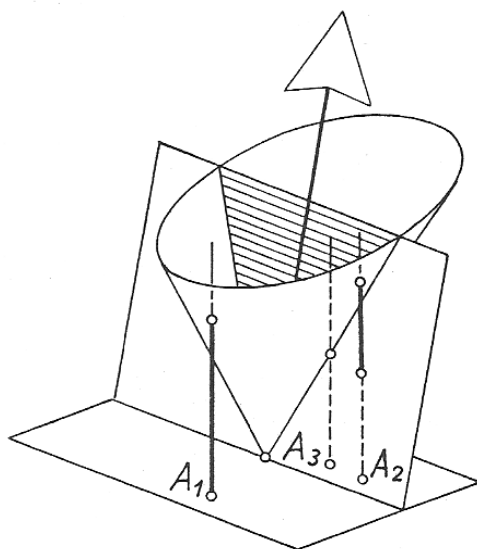
Nyilvánvaló, hogy ez az ellipszis az imént tárgyalt másodrendű kúpnak a terepsíkkal párhuzamos síkú metszete (14. ábra).



14. ábra

A tétel bizonyítása az [1] műben található. A fentiekben tárgyalt másodrendű kúpot nevezzük a továbbiakban a z_f pontok kúpjának. Az ezen felületen belüli pontok fogópontként nem alkalmasak, mert a döntésfolyamatot elsőfajú hiba terheli. Minden egyéb, tehát terepsík feletti és nem kúpon belüli pont megfelel az elsőfajú hiba elkerülése céljából. A másodfajú hiba elkerülése szempontjából alkalmas fogópontok térbeli helyzetét már a 8. szakaszban tisztáztuk. Végeredményben a mindkét hibától mentes döntési folyamat lényegét foglalja össze az alábbi

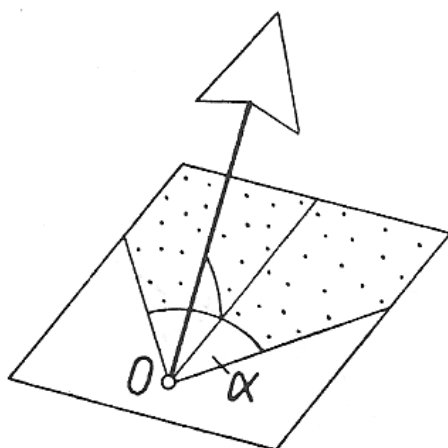
Tétel: azon pontok, melyek egy adott, fa kötéllel irányított döntésénél fogópontul szolgálhatnak, a következők: minden olyan (terepsík feletti) pont, mely nincs a fatörzs tengelyén átmenő, s az eséssíkra merőleges sík alatt, nem belső pontja az F_f pontok kúpjának. Az elmondottakat a 15. ábra szemlélteti.



15. ábra

A 15. ábrán látható A_1 , A_2 kezdőpontú fogóegyenesek fogópontként alkalmas pontjai a vastagított szakaszokat alkotják, az A_3 kezdőpontú fogóegyenesen egyetlen alkalmas pont található.

Az ábráról az is leolvasható, hogy a terepsíkon létezik egy olyan O csúcsú szögtartomány, melybe nem eshet egyetlen fogópont vetülete sem. Ez a szögtartomány az ábra csíkozott szögtartományának a terepsíkon lévő vetülete (16. ábra).



16. ábra

Ennek a terepsíkon lévő „tilos szögtartománynak” a pontosabb meghatározása így történhet: a 16. ábrán csíkozással jelölt szögtartomány határegyeneseit az F_f pontok kúpjából az F_a pontok síkja metszi ki. A két kúpalkotó pontjai egyszerre F_f és F_a pontok, tehát teljesül

$$z_f = r \frac{1 - \sin \psi \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = y \cdot \tan \alpha = z_a$$

Mivel e pontokra $y = r \cdot \sin \alpha$ is fennáll, írhatjuk

$$r \frac{1 - \sin \psi \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = r \cdot \sin \psi \cdot \tan \alpha ,$$

amiből $\sin \psi = \cos \alpha$.

A terepsík tilos tartományát a $\psi_1 = 90^\circ - \alpha$, ill. $\psi_2 = 90^\circ + \alpha$ irányszögű éleegyenesek jelölik ki. A fenti gondolatmenet alapján kimondható az alábbi

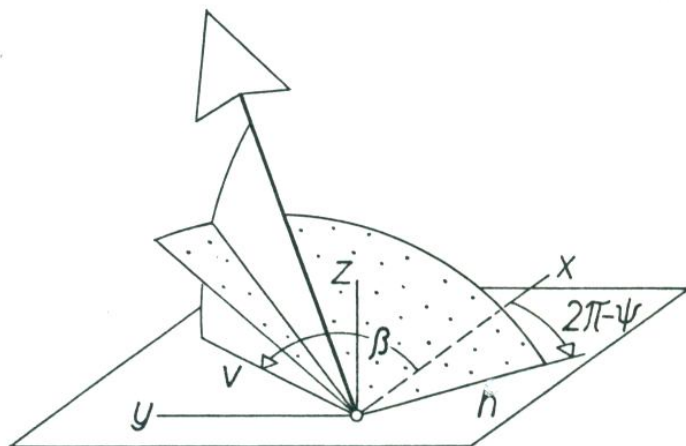
Tétel: egy α dőlésszögű fa kötéllel irányított döntéséhez megválasztott fogópont irányszögére fenn kell állnia az alábbi kirovásoknak

$$0 \leq \psi \leq 90^\circ - \alpha , \text{ vagy } 90^\circ + \alpha \leq \psi \leq 360^\circ \dots\dots\dots (6)$$

Hátra van még annak a kérdésnek a tisztázása, hogy adott kidöntendő fa és megtervezett véghelyzete esetén hol helyezkednek el a lehetséges fogópontok. Az alapfeladat fordítottját vesszük most még egyszer szemügyre.

Korábban azt vizsgáltuk, hogy adott fa és kijelölt véghelyzet esetén egy fogóegyenesnek mely pontja alkalmas fogópontként. Ezúttal pedig azt, hogy a fenti feltételek mellett hol vannak a lehetséges fogópontok egy adott fa és kijelölt v véghelyzet esetén.

A számításba jöhető fogópontok benne vannak egyrészt a már tisztázott térrészben – (3) képlet – , másrészt a v félegyenes és a fatörzs tengelyének szögfelező síkjában (17. ábra).



17. ábra

Végül figyelembe veendő, hogy – amennyiben a fa ledöntéséhez csupán a nehézségi erőt kívánjuk kihasználni – akkor még a 7. szakaszban tett észrevétel szerint – a fatörzs eredeti helyzetét és a véghelyzetét az eséskúptengely (melyen a fogópont van) vetítősíkja nem választhatja el.

Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy a lehetséges fogópontok az ábrán pontozással jelölt sík azon részét alkotják, melyek nem esnek az elsőfajú hibát kizáró kúp belsejébe és a másodfajú hibát kizáró sík felett vannak.

Azonban a pontos kép megállapításához még szükséges az alábbi *példa* áttanulmányozása.

Legyen a fatörzs tengelyének dőlésszöge $\alpha = 65^\circ$, a v véghelyzet irányszöge $\psi = 345^\circ$ (18. ábra).

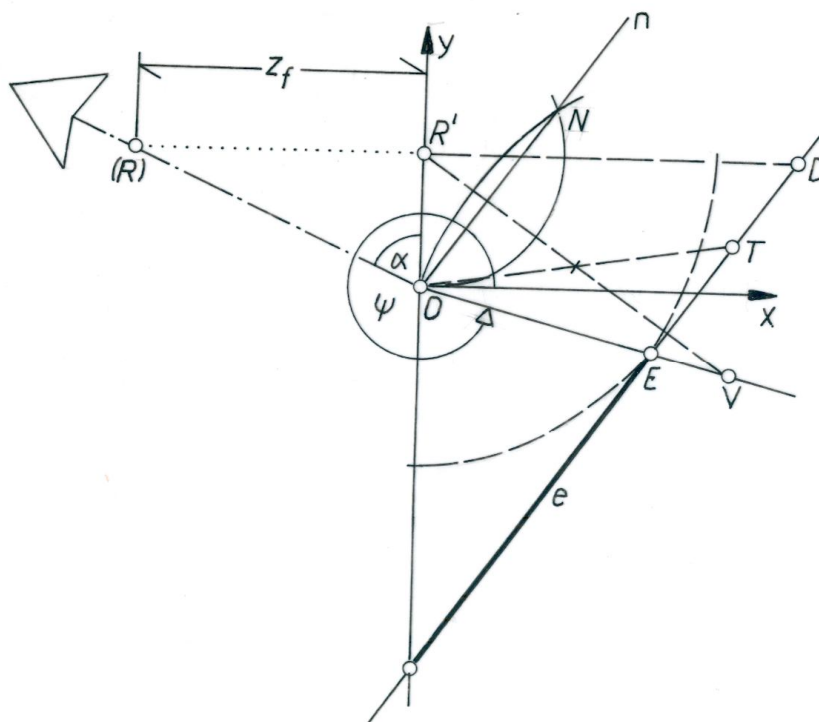
Határozzuk meg a következőket:

- a 17. ábrán pontozással jelölt síknak (a fatörzstengely és a véghelyzet szögfelező síkja) megfelelő sík n nyomvonalát a terepsíkon,
- a szögfelezősík $z = 5$ m magasságú e egyenesét,
- az e egyenes fogópontként alkalmas pontjait, vagyis az 5 m magasságú és mindkét döntési hibától mentes fogópontok összességét.

Megoldás (18. ábra):

- Jelöljük ki rögzítőpontul a fatörzstengely 5 m magasságú pontját és mérjük fel az $\overline{OR}$ távolságot a v véghelyzetre O -ból. Az így kapott V ponttól és R -től a szögfelezősík minden pontja egyenlő távolságra van, így e sík n nyomvonalának pontjai is. Az R -től és V -től 5 m távolságra lévő pontok a

- a terepsíkon egy-egy kört alkotnak, közös O és N pontjaikon át halad a szögfelező sík n nyomvonala (az ábra méretaránya $M = 1:100$),
- az R, V pontok 2,5 m magasságú távolságfelező pontja a szögfelező síkban van, erre tükrözve az O pontot, az 5 m magasságú (ugyancsak a szögfelező síkban lévő) T pontot kapjuk. A T-n át az n egyenessel párhuzamost húzva kapjuk a szögfelező sík 5 m magasságú e egyenesét.



18. ábra

- Mint korábban láttuk, az e egyenesnek csak a (3) képlettel előírt feltételeknek eleget tevő pontjai felelnek meg fogópontként. Ezért először meghatározzuk az e egyenes azon D pontját, melyben e a fatörzstengelyt tartalmazó, α dőlésszögű síkot döfi. Ezután megszerkesztjük a legfelső fogópontok kúpjának 5 m magasságú ellipszisének az V. képlet útmutatása szerint. A görbe e - vel az E pontban érintkezik.
- Az e egyenesnek ED szakasza fogópontként nem alkalmas, mert a döntendő fát és véghelyzetét az eséskúptengely vetítősíkja nem választhatja el.
- Tehát pl. a T pontot fogópontul választva a fa és véghelyzete az OT kúptengely vetítősíkjának különböző oldalára esne. Ugyanezen okból nem alkalmasak fogópontul az e egyenes azon pontjai, melyek a fatörzstengely vetítősíkjának másik, v -t nem tartalmazó oldalára esnek. Vagyis az e egyenes vastagon megrajzolt szakaszát alkotják azok a lehetséges fogópontok, melyek magassága 5 m és mindkét döntési hibától mentesek a tárgyalt esetben.
- A fenti példa alapján kimondható, hogy a 17. ábrán szereplő szögfelező síkhibamentes fogópontjainak nem csupán a korábbiakban említett feltételnek kell eleget tenniük, hanem a véghelyzet és a fatörzstengely vetítősíkjai közé kell esniük.

11. AZ IRÁNYÍTOTT FADÖNTÉS GEOMETRIAI MEGTERVEZÉSE

A kötéllel irányított fadöntés megtervezésének lépései az alábbiakban foglalhatók össze.

Ha az alapfeladatot kell megoldani, azaz ha egyetlen meghatározott fogópont áll rendelkezésre és meg kell állapítani a fa döntés utáni helyzetét, akkor – feltéve, hogy a fogópont vetülete nem esik a tilos tartományba –, a döntés tervezési lépései az alábbiak:

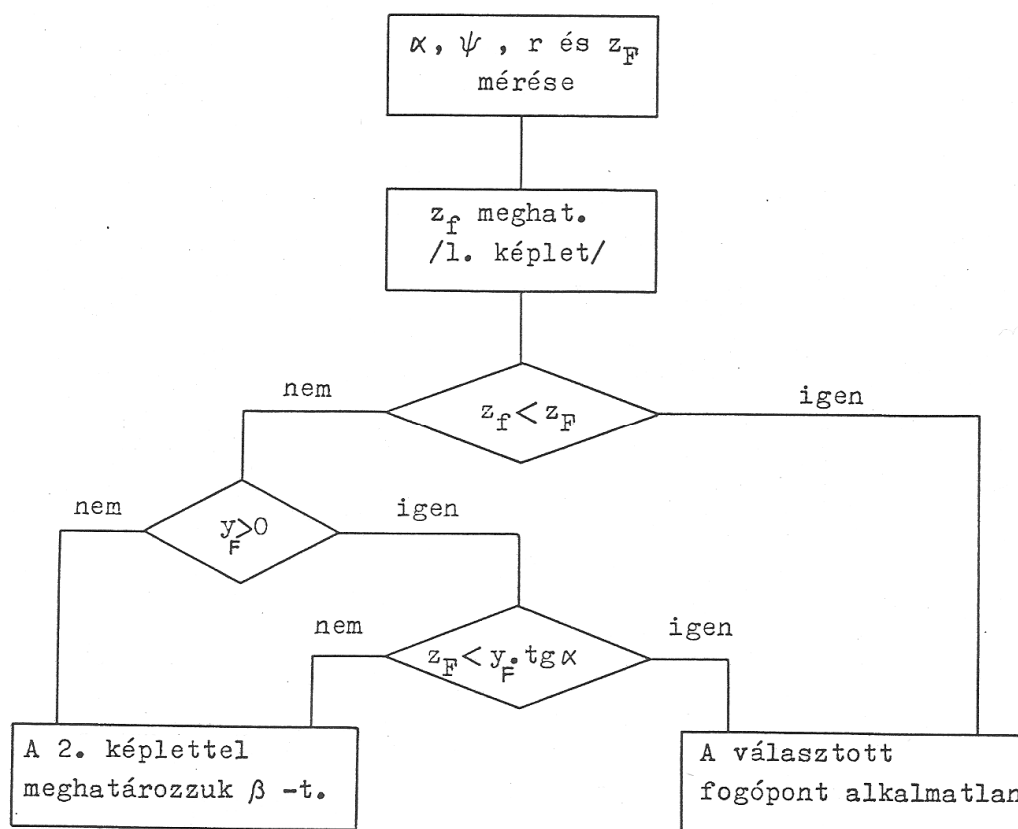
- lemérjük a döntési paramétereket, vagyis az α , ψ , r és z_F értékeket.
- az (1) képlettel megállapítjuk z_f -et s ha $z_f < z_F$ akkor a fogópont alkalmatlan.

Ha nem ez a helyzet, akkor

- ha $y_F > 0$ és $z_F < y_F \cdot \tan \alpha$, akkor a fogópont alkalmatlan. Ha nem ez a helyzet, akkor

- a (2) képlettel meghatározzuk a β szöget és elkezdhető a fadöntés technikai lebonyolítása.

A fentieket áttekinthetőbbé teszi az alábbi folyamatábra – 19. ábra:

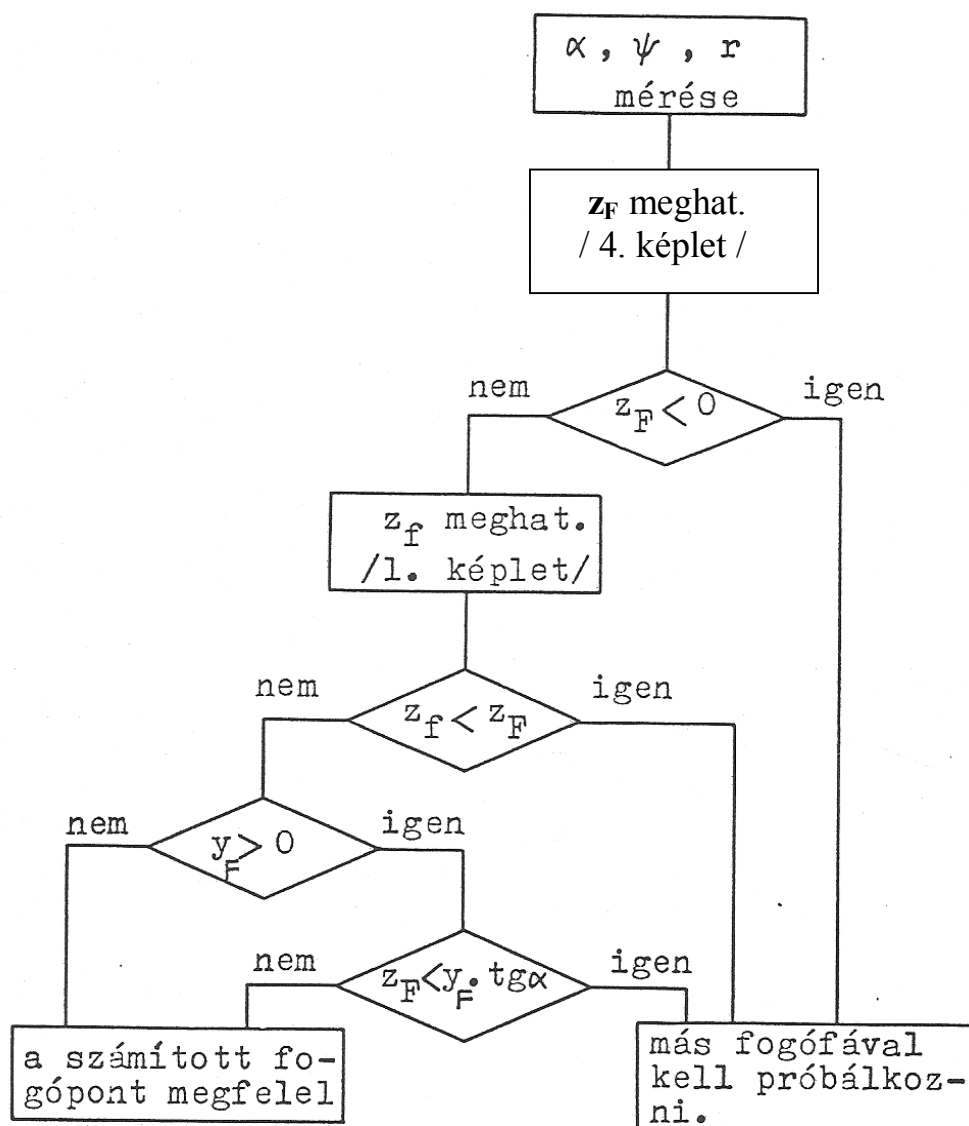


19. ábra (1. folyamatábra)

Ha az alapfeladat fordítottját kell megoldani, vagyis a kidöntendő fa tervezett véghelyzetét jellemző β szög ismeretes, továbbá kiszemeltünk egy alkalmas fogófát, akkor a fogópont z_F koordinátájának meghatározása a következő:

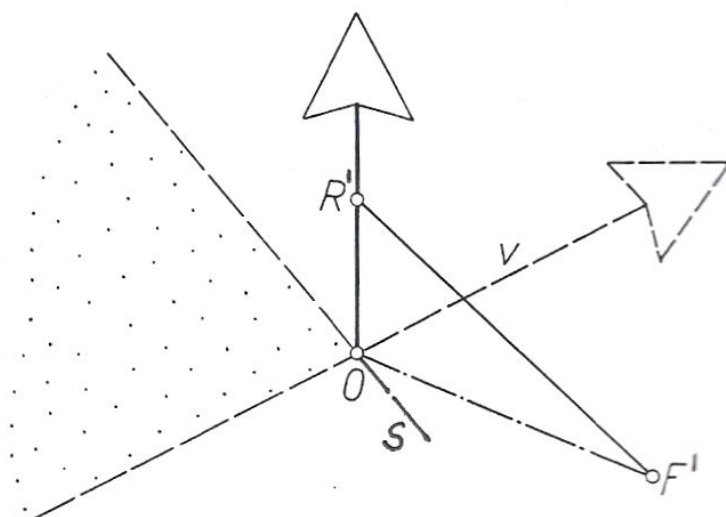
- lemérjük az α , ψ , r adatokat,
- a (4) képlettel meghatározzuk z_F - et, ha ez nem pozitív, más fogófával próbálkozunk, egyéb esetben
- az (1) képlettel meghatározzuk z_f - et,
- ha $z_F > z_f$ más fogófával próbálkozunk, egyéb esetben
- ha $y_F > 0$ és $z_F \leq y_F \cdot \operatorname{tg} \alpha$, más fogófával kell próbálkozni. Egyéb esetben a fogópont megfelel.

Ismét folyamatábra teszi áttekinthetőbbé a fentieket – 20. ábra:



20. ábra (2. folyamatábra)

Nem látszik szükségesnek a véghelyzet, vagyis a β szög megválasztásának megtárgyalása. Többnyire szembecslés, esetleg helyszíni vázlat alapján ki lehet jelölni a kívánt véghelyzetet. Kivételt jelenthet az az eset, amikor villanyvezeték közelében történik a döntés. Ilyen esetet is tárgyal az [1] munka.



22. ábra

13. AZ IRÁNYÍTOTT FADÖNTÉS GYAKORLATI VÉGREHAJTÁSA

Nem volt szó még a fenti címben megfogalmazott tennivalóról, legfőképp arról, hogy miképpen kell kialakítani a ledöntendő fa törésén az alkalmas bemetszéseket, melyek következtében a fa a talajra kerül.

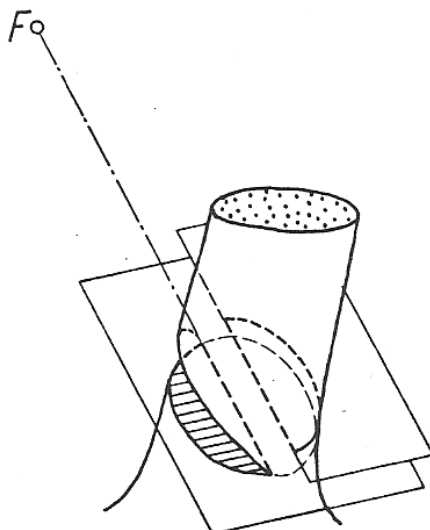
A közönséges fadöntés és a kötéllel irányított fadöntés esetén egyaránt arra törekszünk, hogy

- ~ a fatörzs mozgása geometriai szempontból ismert legyen,
- ~ a döntés során az átvágás (hajkolás) környezetében ébredő feszültségekről legalább közelítőleg érvényes képünk legyen,
- ~ a felhasadás és felszakadás veszélye, valamint a balesetveszély minél kisebb legyen,
- ~ kerüljük, a környezet károsodását, ideértve az újulatét is.

A közönséges, kézi eszközökkel végzett fadöntés esetén a fenti kívánalmaknak oly módon teszünk eleget, hogy a fát a nehézségi erő hatására végbemenő forgó mozgásra kényszerítjük. A forgás tengelye – egyenes döntés esetén – nagyjából a hajkfenékvonal, a fatörzs tengelye az eséssíkban mozog.

A döntés közben a vágáslapon ébredő feszültségekről részletesebb képet magyar nyelven a [2] mű nyújt.

A kötéllel irányított fadöntés esetén a fatörzs az eséskúp tengelye körül forog. A hajkot ilyen esetben is úgy kell kialakítani hogy a hajkfenékvonal közelítőleg a forgástengelyre essen (23. ábra). Mivel a kúptengely általában nem vízszintes, a hajkalap síkja és a döntő fűrészvágás síkja sem vízszintes. Célszerű a hajkalap síkjául azt a síkot választani, melynek esésvonala a kúptengely. Ez ugyanis a kúptengelyen átmenő síkok közül a legkisebb dőlésszögű, márpedig nehéz volna nagyon ferdén álló hajkalap - síkot kialakítani. A döntő fűrészvágás síkja most is párhuzamos a hajkalap síkjával.



23. ábra

A vágáslapon ébredő feszültségek tisztázása körülményesebb feladat, mint a közönséges döntés esetében. Ennek részletes tárgyalását mellőzve azonban meg kell említeni, hogy nem egyenes tengelyű fa kötéllel irányított döntése lehetőleg kerülendő, mert mozgása és a fellépő feszültségek alakulása nehezen számbavehető, ezért a döntés fokozottan balesetveszélyes.

14. GYAKORLATI TAPASZTALATOK

Az elmélet, ill. a módszer gyakorlati kipróbálására eddig csupán két esetben került sor. A kísérleti döntések tapasztalatai az alábbiak:

- kis felszereltséget igényel az eljárás (mérőszalag, szögmérő, függő, kitűzőrúd, kötél, balta, fűrész),
- a β és a ψ szög megállapítása célszerűen az y tengellyel bezárt szögek mérése révén célszerű, mert e tengely kitűzése könnyebb, mint az x tengelyé, s az x tengellyel bezárt szög már csak 90° hozzáadását igényli,
- a terelőkötelet nagyon feszesen kell felkötni, mert a laza felkötés a véghelyzet szöghibáját eredményezi.

Az első kísérlet során az alapfeladat fordítottjának megoldása volt a cél.

Egy $\alpha = 78^\circ$ dőlésszögű fatörzset egy $r = 5,1$ m és $\psi = 333^\circ$ polárkoordinátájú fogófa segítségével kívántunk $\beta = 42^\circ$ szögű véghelyzetbe dönteni.

Az elmélet alapján a fogópont magassága $z_F = 1,75$ m - re adódott.

A döntés után mért szög 54° volt, tehát 12° -os hiba terhelte a döntést.

Gyakorlati szempontból ez még elfogadható hiba és biztosra vehető, hogy kellően feszes kötél esetén a hiba kisebb lett volna.

További mérések végrehajtása, az eljárás megismerése és elsajátítása céljából feltétlen kíváncsok, hiszen egy bár viszonylag ritkán felmerülő, de körütekintést igénylő feladat mérnöki módszeréről van szó.

IRODALOM

1. HAJDU E.: Az irányított fadöntés új módszere (Doktori értekezés).
Esztergom – Sopron, 1975.
2. HAJDU E.: Balesetvédelmi és környezetkímélő eljárások az erdészeti
faanyag - mozgatásban (Kandidátusi értekezés - tervezet).
Sopron, 1988.
3. RUMPF J.: Erdőhasználat I. (Jegyzet). Sopron, 1986.
4. SZÁSZ T.: A fadöntés vizsgálata, különös tekintettel a döntési károk
csökkentésére (Doktori értekezés). Bp. 1962.

VÉGE